

**En fin de 3ème, tu dois être capable de faire des exercices de ce type :**

**Exercice 1 :**

Effectue les calculs en détaillant les étapes

$$A = 3,5 \div (-4 \times 8 + 25) = 3,5 \div (-32 + 25) = 3,5 \div (-7) = -0,5$$

**1**

$$B = (8 - 10) \times (-3) + 3 = (-2) \times (-3) + 3 = 6 + 3 = 9$$

$$C = [(-4) \times (-2 - 1) + (-8) \div (-4)] \times (-2) + 2 = (12 + 2) \times (-2) + 2 = -7 + 2 = -5$$

$$D = \frac{-3 - 6 \times (-3)^3}{2 \times (-3)^2} = \frac{-3 - 6 \times (-27)}{2 \times 9} = \frac{-3 + 162}{18} = \frac{159}{18} = \frac{53}{6}$$

**Exercice 2 :**

On considère l'expression  $A = 3x^2 - 2x + 5$

Calculer A si

a.  $x = -5$

$$A = 3x^2 - 2x + 5 = 3 \times (-5)^2 - 2 \times (-5) + 5 = 3 \times 25 + 10 + 5 = 90$$

b.  $x = \frac{2}{3}$

$$A = 3 \times \left(\frac{2}{3}\right)^2 - 2 \times \left(\frac{2}{3}\right) + 5 = 3 \times \frac{4}{9} - \frac{4}{3} + 5 = 5 \text{ car } 3 \times \frac{4}{9} = \frac{4}{3} \dots$$

**Exercice 3 :**

**Une faute de frappe sur le A, il manquait les ()**

$$A = \frac{2}{3} + \frac{7}{3} \times \left(\frac{-9}{4}\right) = \frac{2}{3} - \frac{63}{12} = \frac{8}{12} - \frac{63}{12} = \frac{55}{12}$$

$$B = \left(2 - \frac{5}{8}\right) : \frac{3}{4} = \left(\frac{16}{8} - \frac{5}{8}\right) \times \frac{4}{3} = \frac{11}{8} \times \frac{4}{3} = \frac{11}{6}$$

$$C = \left(\frac{4}{5} - 2\right) \left(\frac{3}{4} - \frac{2}{3}\right) = \left(\frac{4}{5} - \frac{10}{5}\right) \left(\frac{9}{12} - \frac{8}{12}\right) = \left(-\frac{6}{5}\right) \left(\frac{1}{12}\right) = -\frac{1}{10}$$

$$D = \frac{\frac{3}{7} - 2}{4 + \frac{2}{3}} = \frac{\frac{3}{7} - \frac{14}{7}}{\frac{12}{3} + \frac{2}{3}} = \frac{-\frac{11}{7}}{\frac{14}{3}} = -\frac{11}{7} \times \frac{3}{14} = -\frac{33}{98}$$

**Exercice 4 :** Calculer

$$A = \frac{4 - (2 - 5)^5}{2^3 - 3^2} = \frac{4 - (-3)^5}{8 - 9} = -(4 - (-243)) = -247$$

compare B et C :

$$B = \frac{10^{-8} \times 0,7 \times 10^{-12}}{20 \times 10^3} = \frac{0,7 \times 10^{-20}}{20 \times 10^3} = \frac{0,7}{20} \times 10^{-23} = 3,5 \times 10^{-25}$$

$$C = 5 \times 10^{-2} \times (6 \times 10^{-6})^2 = 5 \times 10^{-2} \times 36 \times 10^{-12} = 1,8 \times 10^{-12}$$

Donc :  $B < C$

**Exercice 5 :**

1) Les nombres suivants sont-ils premiers ?

a. 297 n'est pas premier car divisible par 3 ( $2+9+7=18$ )

b. 273 n'est pas premier car divisible par 3 ( $2+7+3=12$ )

c. 257 : on cherche des diviseurs premiers jusqu'à 13  
et il n'y en a pas... donc 257 est premier

2) Décompose en produit de facteurs premiers

a.  $725 = 5 \times 145$

$$= 5 \times 5 \times 29$$

b.  $928 = 2 \times 464$

$$= 2 \times 2 \times 232$$

$$= 2 \times 2 \times 2 \times 116$$

$$= 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 58$$

$$= 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 29$$

$$= 2^5 \times 29$$

3) Vrai ou faux :  $2^3 \times 5^2 \times 9 \times 11$  est la décomposition en produit de facteurs premiers de 19800 ?

Faux car 9 n'est pas premier

**Exercice 6 :** Développe et réduis les expressions suivantes.

$$A = (3x + 2)(-4x - 5) - 3(2x - 1) = -12x^2 - 15x - 8x - 10 = -12x^2 - 23x - 10$$

$$B = -4t(3 - 2t) + (6t + 2)(3t - 5) = -12t + 8t^2 + 18t^2 - 30t + 6t - 10 = 26t^2 - 36t - 10$$

$$C = (2x - 5)(-3x + 2) - (5x - 3)(1 - 4x) = -6x^2 + 4x + 15x - 10 - (5x - 20x^2 - 3 + 12x) \\ = -6x^2 + 19x - 10 - 5x + 20x^2 + 3 - 12x = 14x^2 + 2x - 7$$

$$D = -8x(x + 9) - (3x + 5)(6 - x) + 2x(3x - 5) = -8x^2 - 72x - (6x - 3x^2 + 30 - 5x) + 6x^2 - 10x = \\ -8x^2 - 72x - (6x - 3x^2 + 30 - 5x) + 6x^2 - 10x = -8x^2 - 72x - 6x + 3x^2 - 30 + 5x + 6x^2 - 10x = x^2 - 83x - 30$$

**Exercice 7 : Factoriser les expressions**

$$A = 4x^2 - 16 = 4(x^2 - 4) \quad \text{remarque : on peut encore factoriser, on va le voir la semaine prochaine}$$

$$B = x(x+2) + (x+2) = x \times (x+2) + (x+2) \times 1 = (x+2)(x+1)$$

$$C = (2x-1)(x-5) + (3x+7)(x-5) = (x-5)(2x-1+3x+7) = (x-5)(5x+6)$$

$$D = (2x+5)(x-3) - (2x+5)(-3x+1) = (2x+5)(x-3 - (-3x+1)) = (2x+5)(x-3+3x-1) = (2x+5)(4x-4)$$

$$E = (3x+7)(2x-9) + (3x+7)^2 = (3x+7)(2x-9+3x+7) = (3x+7)(5x-2)$$

$$F = (7x+2)^2 - (3x-4)(7x+2) = (7x+2)(7x+2 - (3x-4)) = (7x+2)(7x+2-3x+4) = (7x+2)(4x+6)$$

**Exercice 8 :**

Résoudre les équations

a.  $2x - 3 = 7$

$$2x = 10$$

$$x = 5$$

b.  $\frac{x}{3} = 4$

$$x = 12$$

c.  $\frac{2x}{15} = \frac{10}{3}$

$$6x = 150$$

$$x = 25$$

d.  $3 - 5x = 4x - 2$

$$3 - 5x + 5x = 4x + 5x - 2$$

$$3 = 9x - 2$$

$$3 + 2 = 9x$$

$$5 = 9x$$

$$x = \frac{5}{9}$$

## Pour les experts

### Exercice 1 :

Calculer l'expression

$$E = (1-11) \left(1 - \frac{11}{2}\right) \left(1 - \frac{11}{3}\right) \left(1 - \frac{11}{4}\right) \dots \left(1 - \frac{11}{100}\right)$$

### Exercice 2 :

a est un nombre décimal positif, et b un nombre décimal dont on ne connaît pas le signe  
En justifiant, donne le signe des expressions suivantes.

$$A = -3ab$$

$$B = \frac{-2b}{5a}$$

$$C = \frac{1,2a \times (-3) \times (-b)^2}{(-5)^2 \times (-2,58)}$$

### Exercice 3 : Calculer les expressions suivantes

$$A = \frac{121}{10 + \frac{9}{8 + \frac{7}{6 + \frac{5}{4 + \frac{3}{2+1}}}}} = \frac{121}{10 + \frac{9}{8 + \frac{7}{6 + \frac{5}{4 + \frac{3}{3}}}}} = \frac{121}{10 + \frac{9}{8 + \frac{7}{6 + \frac{5}{4+1}}}} = \frac{121}{10 + \frac{9}{8 + \frac{7}{6 + \frac{5}{5}}}} =$$

$$\frac{121}{10 + \frac{9}{8 + \frac{7}{6+1}}} = \frac{121}{10 + \frac{9}{8 + \frac{7}{7}}} = \frac{121}{10 + \frac{9}{8+1}} = \frac{121}{10 + \frac{9}{9}} = \frac{121}{10+1} = \frac{121}{11} = 11$$

$$B = \frac{10}{9 + \frac{8}{7 + \frac{6}{5 + \frac{4}{3 + \frac{2}{1+1}}}}} = \frac{10}{9 + \frac{8}{7 + \frac{6}{5 + \frac{4}{3 + \frac{2}{2}}}}} = \frac{10}{9 + \frac{8}{7 + \frac{6}{5 + \frac{4}{5 + \frac{4}{3+1}}}}} = \frac{10}{9 + \frac{8}{7 + \frac{6}{5 + \frac{4}{5 + \frac{4}{4}}}}} = \frac{10}{9 + \frac{8}{7 + \frac{6}{7 + \frac{6}{5+1}}}} = \frac{10}{9 + \frac{8}{7 + \frac{6}{6}}} =$$

$$\frac{10}{9 + \frac{8}{7+1}} = \frac{10}{9 + \frac{8}{8}} = \frac{10}{9+1} = \frac{10}{10} = 1$$

$$C = \frac{\left(1 - \frac{1}{5}\right) \times \left(1 - \frac{3}{5}\right) \times \left(1 - \frac{5}{5}\right) \times \dots \times \left(1 - \frac{99}{100}\right)}{\left(1 + \frac{2}{5}\right) \times \left(1 + \frac{4}{5}\right) \times \left(1 + \frac{6}{5}\right) \times \dots \times \left(1 + \frac{100}{5}\right)}$$

il est inutile de faire ce calcul si on remarque qu'au

dénominateur, le 3ème facteur est nul :  $1 - \frac{5}{5} = 0$  ; donc  $C = 0$

#### Exercice 4 :

1) Montrer que  $32^{16} = 16^{20}$

$32 = 2^5$  ; donc  $32^{16} = (2^5)^{16} = 2^{80}$

$16 = 2^4$  ; donc  $16^{20} = (2^4)^{20} = 2^{80}$

2) Écrire sous la forme  $2^a \times 3^b$

$$A = 6^{-4} = (2 \times 3)^{-4} = 2^{-4} \times 3^{-4} \quad B = \frac{1}{2} \times 3^{-3} \times 9 = 2^{-1} \times 3^{-3} \times 3^2 = 2^{-1} \times 3^{-1}$$

$$C = (3 \times 2^2)^{-3} \times 48 = 3^{-3} \times 2^{-6} \times 3 \times 16 = 3^{-3} \times 2^{-6} \times 2^4 \times 3 = 3^{-2} \times 2^{-2}$$

**Exercice 5 :** On considère  $n$  un nombre entier positif. Les propositions suivantes sont-elles vraies ou fausses ? Justifier les réponses.

1)  $2n+3$  est un nombre pair.

Si  $n=2$ ,  $2n+3=4+3=7$ . Et 7 n'est pas pair. On a trouvé un **contre-exemple**. Donc l'affirmation  $2n+3$  est un nombre pair est fausse. (D'ailleurs,  $2n+3$  est toujours un nombre impair)

2)  $5n+5$  est un multiple de 5. On montre qu'il s'écrit 5xun nombre. On factorise l'expression :

$$5n+5=5(n+1) \quad \text{c'est 5 fois le nombre } n+1. \text{ C'est donc bien un multiple de 5}$$

3)  $6n+4$  est un multiple de 2. Même démarche : on factorise  $6n+4$

$$6n+4=2(3n+2). \text{ C'est 2 fois le nombre } 3n+2 \text{ donc } 6n+4 \text{ est pair.}$$

4)  $n^2-1$  est un multiple de 8. Faux, il suffit de trouver un contre-exemple : si  $n=2$ ,  $2^2-1=3$ . Ce n'est pas un multiple de 8

#### Exercice 6:

**a.** Développe et réduis l'expression :

$$K = (3x + 15)^2 - (3x - 15)^2 = (3x + 15)(3x + 15) - (3x - 15)(3x - 15) =$$

$$9x^2 + 45x + 45x + 225 - (9x^2 - 45x - 45x + 225) = 9x^2 + 90x + 225 - 9x^2 + 90x - 225 = 180x$$

**b.** Déduis-en le résultat de  $1215^2 - 1185^2$ .

On reconnaît l'expression  $K$  pour  $x=400$ .

En effet, si  $x=400$ ,  $3x+15=3 \times 400+15=1215$  et  $3x-15=3 \times 400-15=1185$

Il suffit de calculer  $K$  pour  $x=400$

$$K = 180x = 180 \times 400 = 72000$$

**Exercice 7 :** Factorise puis réduis chaque expression.

$$A = 2y^2 - y(4y - 7) = y(2y - (4y - 7)) = y(2y - 4y + 7) = y(-2y + 7)$$

$$B = \left(\frac{2}{3}x + 1\right)(x - 5) - (3x + 9)\left(\frac{2}{3}x + 1\right) =$$

$$\left(\frac{2}{3}x + 1\right)(x - 5 - (3x + 9)) = \left(\frac{2}{3}x + 1\right)(x - 5 - 3x - 9) = \left(\frac{2}{3}x + 1\right)(-2x - 14) = -2\left(\frac{2}{3}x + 1\right)(x + 7)$$

$$C = 3(2x - 3)^2 - (2x - 3) = (2x - 3)(3(2x - 3) - 1) = (2x - 3)(6x - 9 - 1) = (2x - 3)(6x - 10) = 2(2x - 3)(3x - 5)$$

$$D = (3x + 7)(2x + 1) + (x - 4)(-2x - 1) = (3x + 7)(2x + 1) - (x + 4)(2x + 1) =$$

$$(2x + 1)(3x + 7 - (x + 4)) = (2x + 1)(3x + 7 - x - 4) = (2x + 1)(2x + 3)$$

**Exercice 8 :**

Résoudre les équations

a.  $4(2x - 3) = 7$     b.  $5(3 + 4x) = 2(x + 3)$     c.  $\frac{3}{10}x + 1,4 = -x + 5$     d.  $\frac{4}{3}x + \frac{1}{2} = 2x - \frac{2}{3}$

a.  $4(2x - 3) = 7$                        $8x - 12 = 7$                        $8x - 12 + 12 = 7 + 12$      $8x = 19$      $x = \frac{19}{8}$

b.  $5(3 + 4x) = 2(x + 3)$                $15 + 20x = 2x + 6$                $15 - 15 + 20x - 2x = 2x - 2x + 6 - 15$   
 $18x = -9$      $x = -\frac{9}{18} = -\frac{1}{2}$